UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM MATEMÁTICA
FORMAÇÃO DE PROFESSOR

PROVA - PROCESSO SELETIVO

CANDIDATO(A):____

PÓLO:____

INSTRUÇÕES:

1) O candidato somente poderá usar caneta esferográfica azul ou preta.

2) Não esqueça de colocar seu nome completo (letra legível) nesta prova.

3) Não haverá substituição da prova por motivo de rasura ou erro do candidato.

4) Início da Prova: 15:00h; Término da prova: 18:00h.

5) O verso de cada folha pode ser usado como rascunho, mas não será corrigido.

6) O gabarito com as respostas será divulgado na segunda-feira (01/06/09) na internet através do site www.ead.ufsc.br.

7) Verifique se nesta prova constam todas as 15 questões objetivas e as 05 questões discursivas. Observe também se há faltas ou imperfeições gráficas que lhe causem dúvidas. Qualquer reclamação só será aceita durante os trinta minutos iniciais da prova. Não é permitido destacar folhas da prova.

8) A pontuação das questões é a seguinte: 1 ponto para cada questão objetiva e até 3 pontos para cada questão discursiva. A pontuação máxima será de 30 pontos.

9) Nas questões discursivas devem aparecer o desenvolvimento e a solução no espaço abaixo de cada enunciado.

10) Em cada questão objetiva o candidato deve escolher uma única opção entre (a), (b), (c), (d) ou (e), e marcar sua escolha no quadro abaixo. **A correção das questões objetivas será feita somente de acordo com o assinalado no quadro abaixo.** No caso de rasura ao marcar a alternativa escolhida será atribuído zero ponto para a questão.

Questão	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Alternativa Escolhida															

I. QUESTÕES OBJETIVAS.

1) A forma trigonométrica do número $z = \dfrac{1}{1+i\sqrt{3}}$ é:

(a) $\dfrac{1}{4}\left(\cos\dfrac{\pi}{3} - i\, sen\dfrac{\pi}{3}\right)$.

(b) $\dfrac{1}{2}\left(\cos 5\dfrac{\pi}{3} + isen\ 5\dfrac{\pi}{3}\right)$.

(c) $2\left(\cos 2\dfrac{\pi}{3} \ + isen\left(-2\dfrac{\pi}{3}\right)\right)$.

(d) $4\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\, sen 5\dfrac{\pi}{3}\right)$.

(e) $\dfrac{4}{3}\left(\cos\left(-\dfrac{\pi}{3}\right) \ + isen\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)\right)$.

2) O valor do determinante

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{é:}$$

(a) -18.

(b) -8.

(c) 0.

(d) 1.

(e) 18.

3) O domínio e a imagem da função $f(x)=\sqrt{x(x-2)}$ são, respectivamente:

(a) $Dom\ f=[0,+\infty)$ e $Im\ f=[0,+\infty)$.

(b) $Dom\ f=(-\infty,0)$ e $Im\ f=[0,+\infty)$.

(c) $Dom\ f=(-\infty,0]\ \cup\ [2,+\infty)$ e $Im\ f=[0,+\infty)$.

(d) $Dom\ f=\mathbb{R}$ e $Im\ f=[0,+\infty)$.

(e) $Dom\ f=(2,+\infty)$ e $Im\ f=[0,+\infty)$.

4) Na equação $ax^2+(1-i)x+c=0$, o número c é real e o número a é imaginário puro. Se $2i-1$ é raiz desta equação então $c+ai$ é:

(a) 3.

(b) $1-5i$.

(c) $-5+i$.

(d) -6.

(e) $2-i$.

5) Considere a função $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=\begin{cases}3x+1, & se\ \ x\in\mathbb{Q}\\ x^2, & se\ \ x\notin\mathbb{Q}\end{cases}$.

O valor de $f(\pi)+f\left(\sqrt{2}\right)-f\left(\dfrac{1}{3}\right)$ é:

(a) $\dfrac{80}{9}$.

(b) 0.

(c) 9.

(d) π^2.

(e) $3\sqrt{2}+\dfrac{80}{9}$.

6) A equação da reta no $\mathbb{R}^2$ que passa pelo ponto (1,2) e intercepta o eixo x em $x=2$, é dada por:

(a) $y=x-2$.

(b) $2x+y-4=0$.

(c) $-x+y-4=0$

(d) $x+y-2=0$.

(e) $y=-2x+1$.

7) Qual é a área do retângulo que um dos lados mede $5\,m$ e a diagonal mede $11\,m$?

(a) $\frac{55}{2}\,m^2$.

(b) $20\sqrt{6}m^2$.

(c) $3m^2$.

(d) $5\sqrt{\frac{73}{2}}m^2$.

(e) $\frac{2\sqrt{15}}{3}m^2$.

8) Seja $f(x)=\frac{x^2+1}{3e^{x^2}}$, o valor de $\lim_{x\to\infty} f\left(x\right)$ é:

(a) $+\infty$.

(b) não existe.

(c) 0.

(d) $\frac{1}{3}$.

(e) 1.

9) A condição necessária e suficiente para que 2 seja raiz tripla da equação

$x^3-(4+m)x^2+(4+4m)x-4m=0$ é:

(a) $m \notin \{0,2,-1\}$.

(b) $m \in \{0,2,-1\}$.

(c) $m=-2$.

(d) $m=2$.

(e) $m \in \mathbb{R}_+^*$.

10) A reta r passa pelo centro da circunferência $x^2+y^2-2x+4y=0$, e é paralela a reta $s=\begin{cases} x=2+t \\ y=-3t \end{cases}$. Se $P=(-3,m)\in r$, então o valor de m é:

(a) 0.

(b) -3.

(c) 3.

(d) $3\sqrt{3}$.

(e) 10.

11) Um subconjunto A de números naturais contém dois números ímpares, dez números pares, oito múltiplos de 6 e seis múltiplos de 18. Qual é o menor número possível de elementos de A ?

(a) 26.

(b) 16.

(c) 18.

(d) 12.

(e) 24.

12) A equação da reta normal à curva $y = \cos x$ no ponto de abscissa $\frac{\pi}{6}$ é :

(a $y = -2\frac{\sqrt{3}}{3}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \frac{1}{2}$.

b) $y = 2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

(c) $y = 2x - \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

(d) $y = 2\frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{9}\pi + \frac{1}{2}$.

(e) $y = -2x + \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

13) O conjunto solução do sistema de equações lineares

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y + z = 0 \\ 3x + y + 3z = 2 \\ 4x - 2y + 4z = 1 \end{cases} \quad \text{é:}$$

(a) $x = 1$, $y = 1$ e $z = 0$.

(b) $x - 1$, $y = -1$ e $z \in \mathbb{R}$.

(c) $x = \frac{1}{2} - z$, $y = \frac{1}{2}$, $z \in \mathbb{R}$.

(d) $x = 0$, $y = 1$ e $z = -1$.

(e) não existe solução.

14) Se $a = \lim_{x\to 3}\left(\frac{1}{x-3} - \frac{5}{x^2-x-6}\right)$ e $b = \lim_{x\to -\infty}\left(\frac{4x+5}{\sqrt{4x^2-5}}\right)$, então o valor de $a+b$ é:

(a) $-\frac{9}{5}$.

(b) $\frac{11}{5}$.

(c) -2.

(d) 2.

(e) $-\frac{11}{5}$.

15) Seja $f(x) = \frac{(2+x)^2}{\ln(3+x^2)}$, o valor da derivada $f'(2)$ é:

(a) 14 .

(b) $\frac{8}{\ln 7} - \frac{64}{7(\ln 7)^2}$.

(c) 0.

(d) $\frac{16}{\ln 7}$.

(e) não existe.

II. QUESTÕES DISCURSIVAS

1) Sabendo que o polinômio $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ satisfaz a propriedade $P(x+1) - P(x) = x^2$, para todo x, calcule os coeficientes a, b e c.

2) Use indução matemática para provar que $n! \geq 2^n$, para todo $n \geq 4$, $n \in \mathbb{N}$.

3) Mostre que existem exatamente quatro valores possíveis para $n \in \mathbb{Z}$, tais que $\frac{20n}{4n-2}$ é um número inteiro.

4) Sejam $m, n \in \mathbb{Z}$ tais que $mdc(m,n)=1$. Se $r \in \mathbb{Z}$ e m divide nr, prove que m divide r.

5) Determine o conjunto solução, em $\mathbb{R}$, da inequação $\dfrac{x+2}{3-x} < \dfrac{x}{5+x}$.